

Übungen zur Vorlesung „Höhere Mathematik für Ingenieure IV B“
Sommersemester 2025

Blatt 5

Abgabe bis Freitag, 23. Mai 2025, 20 Uhr

Aufgabe 1 (2+2+2+4=10 Punkte): Werten Sie die folgenden Wegintegrale mithilfe der Cauchyschen Integralformel aus:

(i) Für $\gamma_1: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto -1 + \exp(it)$

$$\int_{\gamma_1} \frac{1}{(z+1)(z-1)^5} dz.$$

(ii) Für $\gamma_2: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto 2i + 3 \exp(it)$

$$\int_{\gamma_2} \frac{\sin(z)}{z^2 + \pi^2} dz.$$

(iii) Für $\gamma_3: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto 1 + \exp(it)$

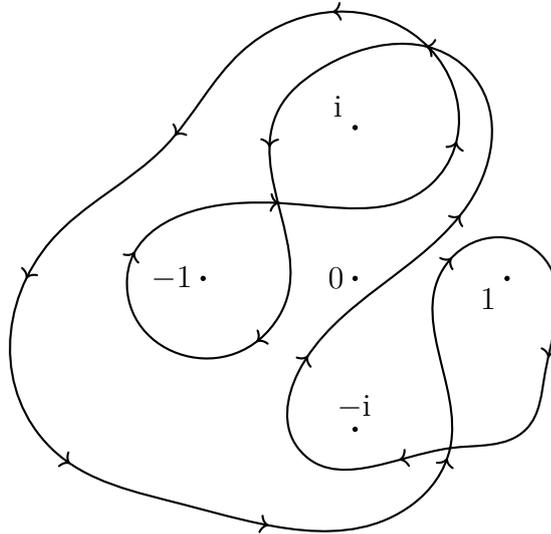
$$\int_{\gamma_3} \left(\frac{z}{z-1} \right)^n dz.$$

(iv) Für $\gamma_4: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto \frac{1}{2} \exp(it)$

$$\int_{\gamma_4} \frac{\cos(z)}{z^3(1-z)} dz.$$

Aufgabe 2 (4+4+2=10 Punkte):

- (i) Bestimmen Sie für den folgenden Weg γ und die Punkte $1, -1, i, -i$ die jeweiligen Umlaufzahlen:



- (ii) Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{4}{1-z^4} = \frac{\alpha_1}{z-x_1} + \frac{\alpha_2}{z-x_2} + \frac{\alpha_3}{z-x_3} + \frac{\alpha_4}{z-x_4}$$

mit komplexen Zahlen $\alpha_1, \dots, \alpha_4$ und den Nullstellen x_1, \dots, x_4 von $1-z^4$.

- (iii) Berechnen Sie

$$\int_{\gamma} \frac{4}{1-z^4} dz.$$