

Übungen zur Vorlesung „Höhere Mathematik für Ingenieure IV B“
Sommersemester 2025

Blatt 3

Abgabe bis Freitag, 9. Mai 2025, 20 Uhr

Aufgabe 1 (3+3=6 Punkte): Bestimmen Sie für die Funktionen $f, g: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ und die Integrationswege γ_1, γ_2 wie unten angegeben die jeweiligen Wegintegrale $\int_{\gamma_1} f(z) dz$ und $\int_{\gamma_2} g(z) dz$:

(i) $f(z) = (z+1)(z-1)/z$ und $\gamma_1: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto R \exp(it)$ für $R > 0$.

(ii) $g(z) = z \exp(iz^2)$ und $\gamma_2: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto (1-t)(1+i) + t(2i)$.

Aufgabe 2 (4 Punkte): Zeigen Sie, dass $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \bar{z}$ für r aus $(0, \infty)$ auf $B(0, r) = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < r\}$ keine Stammfunktion besitzt.

Aufgabe 3 (2+5+3=10 Punkte): Sei $p: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ eine komplexe Polynomfunktion und c eine komplexe Zahl. Zeigen Sie für jedes r in $(0, \infty)$, dass

$$\int_{\partial B(c, r)} \overline{p(z)} dz = (2\pi i) r^2 \overline{p'(c)}.$$

Hierbei ist $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto c + r \exp(it)$, also die Standardparametrisierung von $\partial B(c, r)$, gemeint.

Gehen Sie dazu in Schritten vor:

(i) Zeigen Sie, dass $p(\bar{z}) = \overline{p(z)}$ für jede komplexe Zahl z .

(ii) Zeigen Sie die Aussage für $p: z \mapsto z^j$, wobei j aus \mathbb{N} .

(iii) Folgern Sie die Aussage für alle Polynomfunktionen.