

1. TUTORIUMSBLATT ZUR LINEAREN ALGEBRA I

Tutoriumsaufgabe 1.

Seien A, B und C Aussagen.

- a) Befülle die folgende Wahrheitstafel:

A	w	w	f	f
B	w	f	w	f
$(A \wedge B) \vee \neg(A \vee B)$				
$(\neg A) \vee B$				
$\neg(A \vee B)$				
$\neg(A \Rightarrow B)$				

- b) Beschreibe die folgenden Aussagen mit Hilfe von „ $A, B, \wedge, \vee, \Rightarrow, \neg$ “:

- (i) Wenn B wahr ist, muss auch schon A wahr sein.
- (ii) Entweder ist A oder B wahr (aber nicht beide).
- (iii) Wenn A und B wahr sind, ist B falsch.

Trage die entsprechenden Aussagen in die Wahrheitstafel ein.

- c) Schreibe die Aussagen „ $A \vee B$ “ und „ $A \Rightarrow B$ “ mit Hilfe von „ A, B, \wedge, \neg “.

Tutoriumsaufgabe 2.

- a) Sei S die Menge aller Studierenden und T die Menge aller Tutorien. Beschreibe die folgenden Aussagen mit Quantoren:

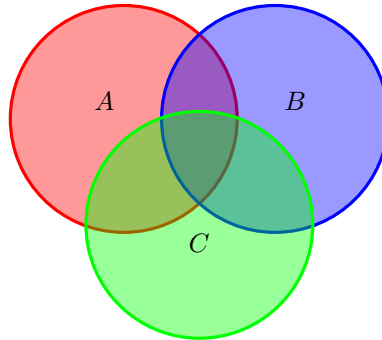
- (i) Für alle Studierende gibt es ein Tutorium, dessen Element sie sind.
- (ii) Es gibt kein Tutorium das alle Studierenden enthält.

- b) Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- (i) $\forall k \in \mathbb{Z} : \exists n \in \mathbb{Z} : k + n = 42$
- (ii) $\exists k \in \mathbb{Z} : \forall n \in \mathbb{Z} : k + n = 42$
- (iii) $\exists k \in \mathbb{N} : \exists n \in \mathbb{N} : k \cdot n = 42$
- (iv) $\forall k \in \mathbb{N} : \forall n \in \mathbb{N} : k + n \geq 2$

Tutoriumsaufgabe 3.

Wir betrachten drei verschiedene Mengen A, B, C in folgendem Venn-Diagramm:

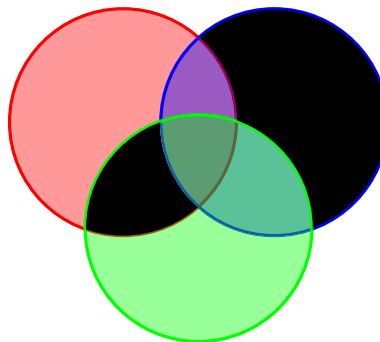


a) Zeichne die folgenden Mengen:

- (i) $A \cup B$
- (ii) $C \setminus A$
- (iii) $(A \cap B) \setminus C$
- (iv) $A \cap (B \setminus C)$
- (v) $A \setminus (B \cap C)$

Welche der Mengen sind gleich? Beweise die Gleichheit!

b) Beschreibe die schwarze Teilmenge mit Hilfe von A, B und C :



Tutoriumsaufgabe 4.

Seien N, M zwei Mengen und $P(n, m)$ eine Aussage für $(n, m) \in N \times M$. Negiere die beiden folgenden Aussagen:

- a) $\exists n \in N : \forall m \in M : P(n, m)$
- b) $\forall n \in N : \exists! m \in M : \neg P(n, m)$

Tutoriumsaufgabe 5.

Für eine Menge M bezeichnet die Potenzmenge

$$\mathcal{P}(M) := \{U \mid U \subset M\}$$

die Menge aller Teilmengen von M .

- a) Bestimme die Potenzmenge von $M := \{1, 0, \emptyset\}$. Wie viele Elemente hat sie?
- b) Wie viele Elemente hat die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ wenn M genau $n \in \mathbb{N}$ Elemente hat?
- c) Für eine Teilmenge $U \subset \mathbb{N}$ betrachten wir die Aussagen

$P_1(U)$: Die Summe über alle Elemente in U ist 7

$P_2(U)$: U enthält das Element „Apfel“

$P_3(U)$: Alle Elemente in U sind irrational

$P_4(U)$: U ist „4“

Bestimme jeweils die Teilmengen $M_i := \{U \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid P_i(U)\}$ für $i = 1, 2, 3, 4$.

Tutoriumsaufgabe 6.

Seien M_1, M_2 und M_3 Mengen. Zeige das Distributivgesetz für Schnitte und Vereinigung, d.h. die Gleichheit:

$$M_1 \cap (M_2 \cup M_3) = (M_1 \cap M_2) \cup (M_1 \cap M_3)$$

Tutoriumsaufgabe 7.

Seien $M_1, M_2 \subseteq M$ zwei Teilmengen. Beweise die folgenden Aussagen:

- a) $(M_1 \cup M_2)^c = M_1^c \cap M_2^c$.
- b) $(M_1 \cap M_2)^c = M_1^c \cup M_2^c$.